

Support de cours

Cours:

PHYS-101(f) - PG I - mécanique - MA (Sylvain Bréchet)

Vidéo:

A4 - Oscillateur harmonique et mouvement circulaire

Concepts (extraits des sous-titres générés automatiquement) :

Temps t. Lettre alpha. Fois g. Instant t. Deuxième fois. Cycle de notre solution sinusoïdal. T. a droite. Vitesse scalaire. Termes de lapsis curviligne. Fil du temps. Termes de fonction f. Fonctions premières. Vitesse angulaire. Coordonnée z. Deuxième ressort.



[vers la recherche de séquences vidéo](#)

(dans PHYS-101(f) - PG I - mécanique - MA (Sylvain Bréchet).)



[vers la vidéo](#)

Center for Digital Education. Plus de matériel de soutien pédagogique ici :

<https://www.epfl.ch/education/educational-initiatives/cede/educational-technologies-gallery/boocs-en/>

- **Mouvement circulaire uniformément accéléré (MCUA) :** trajectoire circulaire de rayon constant à accélération tangentielle scalaire constante.

- **Vitesse scalaire :** tangentielle

$$v(t) = \dot{s}(t) = R \dot{\phi}(t) = R\omega(t) \quad (4.100)$$

- **Accélération tangentielle :** (4.101)

$$a_t = \dot{v} = R\dot{\omega} \quad \text{et} \quad a_t = \ddot{s} = R\ddot{\phi}$$

- **Accélération angulaire scalaire :**

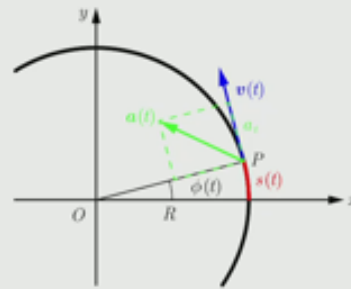
$$\alpha = \dot{\omega} = \ddot{\phi} \quad (4.102)$$

- **Accélération et accélération angulaire :**

$$a_t = R\alpha \quad (4.103)$$

- **Mouvement circulaire uniformément accéléré :**

$$(4.104)$$



notes

résumé

0m 0s



- **Mouvement circulaire uniformément accéléré (MCUA) :** trajectoire circulaire de rayon constant à accélération tangentielle scalaire constante.

- **Vitesse scalaire :** tangentielle

$$v(t) = \dot{s}(t) = R \dot{\phi}(t) = R \omega(t) \quad (4.100)$$

- **Accélération tangentielle :** (4.101)

$$a_t = \dot{v} = R \dot{\omega} \quad \text{et} \quad a_t = \ddot{s} = R \ddot{\phi}$$

- **Accélération angulaire scalaire :**

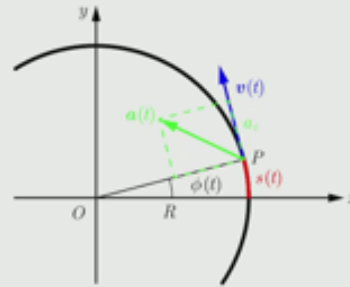
$$\alpha = \dot{\omega} = \ddot{\phi} \quad (4.102)$$

- **Accélération et accélération angulaire :**

$$a_t = R \alpha \quad (4.103)$$

- **Mouvement circulaire uniformément accéléré :**

$$(4.104)$$



décrit ce mouvement de rotation. Et puis, d'autre part, une accélération tangentielle, ce qui sera très utile en pratique. Nous le reverrons la semaine prochaine lorsque nous présenterons l'accélération cylindrique et sphérique. La vitesse scalaire, comme nous l'avons vu ce matin, est la dérivée temporelle de l'arc curviligne, la distance parcourue le long de la trajectoire. C'est donc le produit de la rayonne, la dérivée temporelle de l'angle phi. Cette dérivée temporelle de l'angle phi est la vitesse angulaire oméga. Sauf que maintenant, si le mouvement circulaire est uniformément accéléré, L'oméga ne sera pas constant. Cela variera au fil du temps. Il peut être accéléré. Donc, l'accélération tangentielle, celle que nous avons le long de la trajectoire, sera égale à la dérivée temporelle de la vitesse. La vitesse scalaire est oméga et est constante. Il est donc $r \omega$. Et puis, cette accélération tangentielle, on aurait pu l'écrire en termes de l'arc curviligne. Nous savons que la vitesse scalaire est la dérivée temporelle de l'arc curviligne. Ce sera la deuxième dérivée temporelle de l'arc curviligne. Donc, la rayonne multipliée par la dérivée temporelle de l'angle phi. C'est tout à fait logique. Nous avons présenté ce matin la vitesse angulaire, qui est la dérivée temporelle de l'angle phi. Nous pouvons déduire une deuxième fois par rapport à l'heure, et nous obtenons l'accélération angulaire, que nous écrivons dans la lettre alpha. Donc, maintenant, si nous multiplions cette accélération angulaire par la rayonne r , nous trouverons l'accélération tangentielle. Ainsi, l'accélération tangentielle est le produit de la rayonne fois l'accélération angulaire. Rappelez-vous, la vitesse scalaire, en termes de mouvement, est le produit de la rayonne fois la vitesse angulaire. Le l'arc curviligne est le produit de la rayonne multipliée par l'accélération angulaire.

notes

résumé

- **Mouvement circulaire uniformément accéléré (MCUA)** : trajectoire circulaire de rayon constant à accélération tangentielle scalaire constante.

- **Variation infinitésimale de la vitesse angulaire :**

(4.105)

- **Intégration :** de 0 à t

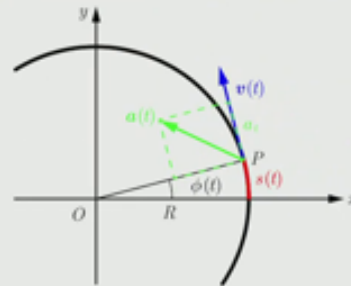
(4.106)

- **Vitesse angulaire :** avec $\omega(0) = \omega_0$

(4.107)

- **Vitesse scalaire :** avec $v_0 = R\omega_0$ et (4.103)

(4.108)



Pour passer les coordonnées angulaires aux valeurs cinématographiques, les lapsis curvilignes, l'accélération, sont multipliés par la rayonne. Bien entendu, l'accélération angulaire sera le rapport entre l'accélération tangentielle et la rayonne. Donc, si nous avons un mouvement circulaire qui est uniformément accéléré, on peut dire que cette accélération tangentielle le long du mouvement, comme celle-ci, sera une constante et que l'accélération angulaire, alpha, sera également la même. Ainsi, cela est défini par un mouvement circulaire uniformément accéléré. Alors, tu me vois venir.

notes

résumé

6m 1s



- **Mouvement circulaire uniformément accéléré (MCUA) :** trajectoire circulaire de rayon constant à accélération tangentielle scalaire constante.

- **Angle :**

$$\phi(t) = \frac{1}{2} \alpha t^2 + \omega_0 t + \phi_0 \quad (4.112)$$

- **Abscisse curviligne initiale :**

$$s_0 = R \phi_0 \quad (4.113)$$

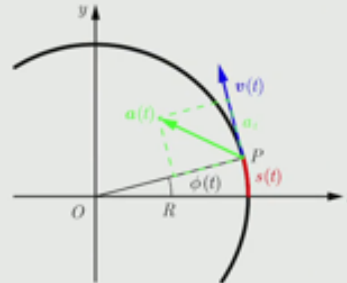
- **Vitesse scalaire initiale :**

$$v_0 = R \omega_0 \quad (4.114)$$

- **Accélération tangentielle :**

$$a_t = R \alpha \quad (4.103)$$

- **Abscisse curviligne :**



(4.115)

La prochaine étape sera de trouver l'équation de la vitesse, Tout comme la rayonne. Pour ce faire, nous devons intégrer notre équation qui définit l'accélération angulaire, alpha, est un point d'oméga, est d'oméga sur t. Donc, la variation de la vitesse angulaire, d oméga, fonction de la tangente, est le produit de l'accélération angulaire fois l'intervalle de temps à la vitesse du mal. Pour trouver des omégas, nous allons intégrer toutes les variations infinitésimales d'omégas et celle de l'instant initial, 0, au temps t. Donc, nous prenons l'oméga d qui sont la fonction du temps, et nous intégrons, par rapport à la droite, alpha est une constante, que nous intégrons de 0 à l'instant t. Sur la gauche, nous allons intégrer la vitesse angulaire, oméga, qui est la fonction du temps, et celui de l'instant initial, 0, à l'instant t. Nous ajoutons les temps de la prime. Et donc, nous nous retrouverons à gauche, avec des oméga et la valeur du temps t, moins oméga et valeur du temps 0, et à droite, avec alpha t. Ainsi, la vitesse angulaire, l'oméga et la valeur du temps t seront le produit d'alpha, plus la vitesse angulaire initiale, qui est oméga t. Ce que nous voulons maintenant est une expression explicite, en fonction du temps, de la vitesse scalaire, qui varie puisque nous avons une accélération tangentielle. Donc, cette vitesse scalaire, par définition, est le produit de la rayonne, multipliée par la vitesse angulaire. Donc, maintenant, la vitesse angulaire, nous venons de trouver une expression en fonction de l'heure, donc nous substituons, et nous aurons la rayonne, fois l'accélération angulaire, fois le temps, plus la rayonne multipliée par la vitesse angulaire initiale. Par définition, le produit de l'accélération angulaire, fois la rayonne, qu'est-ce que c'est? C'est l'accélération le long de la trajectoire, c'est l'accélération tangentielle. Donc, nous aurons l'accélération tangentielle multipliée par le temps, puis le produit de la rayonne, fois la

notes

résumé

6m 40s



- **Mouvement circulaire uniformément accéléré (MCUA) :** trajectoire circulaire de rayon constant à accélération tangentielle scalaire constante.

- **Angle :**

$$\phi(t) = \frac{1}{2} \alpha t^2 + \omega_0 t + \phi_0 \quad (4.112)$$

- **Abscisse curviligne initiale :**

$$s_0 = R \phi_0 \quad (4.113)$$

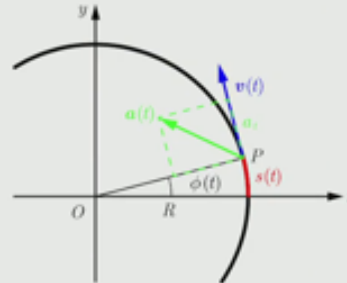
- **Vitesse scalaire initiale :**

$$v_0 = R \omega_0 \quad (4.114)$$

- **Accélération tangentielle :**

$$a_t = R \alpha \quad (4.103)$$

- **Abscisse curviligne :**



(4.115)

vitesse angulaire initiale, Eh bien, c'est la vitesse scalaire initiale, à zéro. Alors, qu'est-ce qu'on voit? Nous avons, pour un mouvement circulaire, uniformément accéléré, la même équation de la vitesse que pour un mouvement rectiligne, uniformément accéléré. Nous avons simplement remplacé l'accélération par l'accélération tangentielle, parce qu'il y en a une autre, qui est l'accélération de centripète, mais pas l'accélération, pour accélérer le long de la trajectoire. Maintenant, vous doutez probablement de la forme de l'axe curviligne, Et vous avez probablement raison. Nous aimerions trouver l'équation d'ordre, comment? En intégrant l'équation, qui nous donne la vitesse angulaire. Donc, la vitesse angulaire, oméga, est la dérivée temporelle de l'angle phi, donc nous écrirons oméga comme un dérivé sur dT, où phi est une fonction du temps, et oméga, nous venons de le découvrir, est alpha T plus oméga 0. Donc, maintenant, nous multiplions par l'intervalle du temps infinitésimal, dT, et nous trouvons que la variation infinitésimale de l'angle, dT, est alpha T dT plus oméga 0 fois dT. Et nous allons résumer toutes les variations infinitésimales de l'angle, de l'instant initial, 0 à l'instant temporel. Donc, nous écrivons un dérivé, nous ajoutons les fonctions premières, et nous intégrons de 0 à T. À droite, nous aurons un premier terme, où alpha est une constante qui sort de l'intégrale, et on a un T premier, un T premier, intégré de 0 à T. Le deuxième terme, qui est oméga 0, nous intégrerons de 0 à T. Ce que nous intégrons est le premier T. À gauche, ce que nous intégrons est une fonction du temps, qui est l'angle, de l'instant initial, 0, jusqu'à l'angle, à T. Donc, à gauche, nous avons phi de T moins phi de 0. À droite, la première intégrale aura pour le primitif. Nous avons donc un premier T. Lorsque nous calculons la primitive, nous obtenons exactement 1,5 de T premier carré. Nous évaluons entre 0 et T.

notes

résumé

- **Mouvement circulaire uniformément accéléré (MCUA) :** trajectoire circulaire de rayon constant à accélération tangentielle scalaire constante.

- **Angle :**

$$\phi(t) = \frac{1}{2} \alpha t^2 + \omega_0 t + \phi_0 \quad (4.112)$$

- **Abscisse curviligne initiale :**

$$s_0 = R \phi_0 \quad (4.113)$$

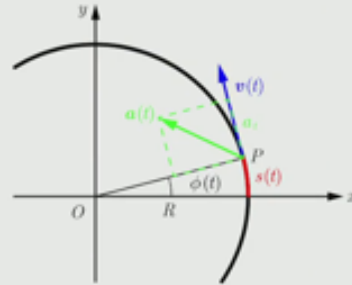
- **Vitesse scalaire initiale :**

$$v_0 = R \omega_0 \quad (4.114)$$

- **Accélération tangentielle :**

$$a_t = R \alpha \quad (4.103)$$

- **Abscisse curviligne :**



(4.115)

Donc, nous allons obtenir ϕ de T , nous devons garder le ϕ_0 pour la fin, qui sera de $\frac{1}{2} \alpha T^2$. Et évidemment, lorsque nous intégrons la deuxième intégrale, nous obtiendrons un T . Nous avons un facteur d' ω_0 , il nous donne l' $\omega_0 T$, et nous obtenons ϕ_0 . Et donc, l'angle va croître quadratiquement au fil du temps pour un mouvement circulaire uniformément accéléré. Et ce n'est pas trop surprenant, parce qu'en fait, l'abscisse de la curviligne est le produit de l'angle de la foilerie.

notes

résumé

- **Mouvement circulaire uniformément accéléré (MCUA) :** trajectoire circulaire de rayon constant à accélération tangentielle scalaire constante.

- **Angle :**

$$\phi(t) = \frac{1}{2} \alpha t^2 + \omega_0 t + \phi_0 \quad (4.112)$$

- **Abscisse curviligne initiale :**

$$s_0 = R \phi_0 \quad (4.113)$$

- **Vitesse scalaire initiale :**

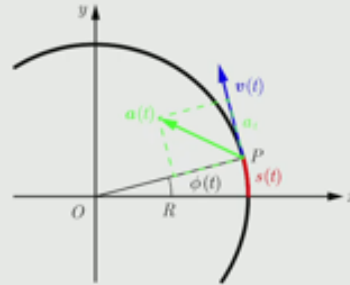
$$v_0 = R \omega_0 \quad (4.114)$$

- **Accélération tangentielle :**

$$a_t = R \alpha \quad (4.103)$$

- **Abscisse curviligne :**

$$s(t) = R \phi(t) = \frac{1}{2} R \alpha t^2 + R \omega_0 t + R \phi_0 \quad (4.115)$$



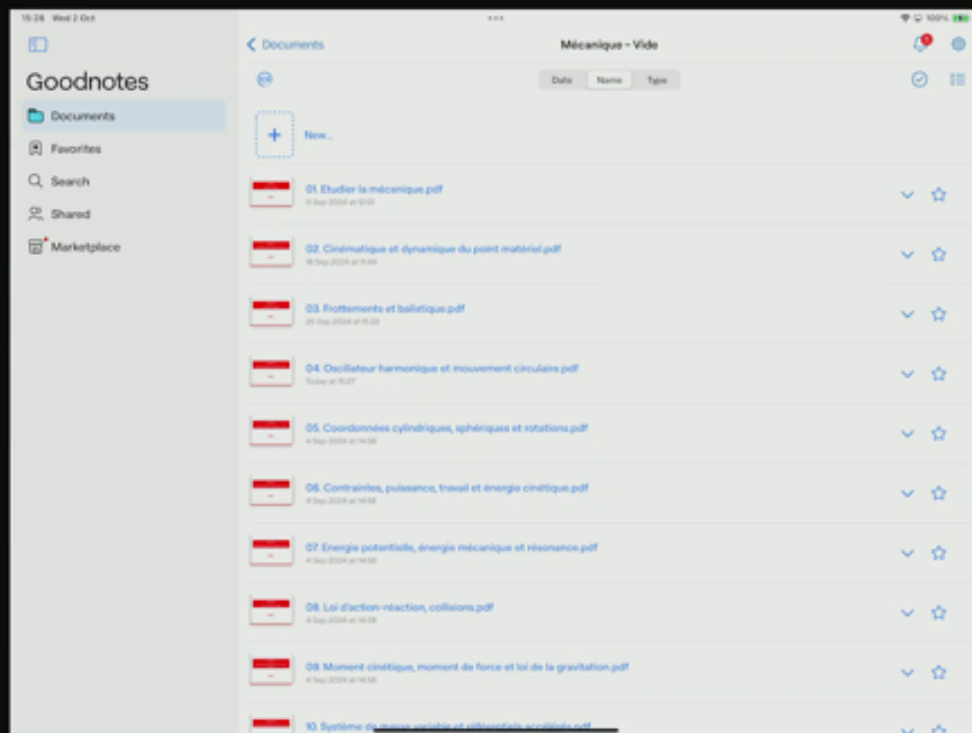
Pour trouver l'abscisse de la curviligne, et cela se fera assez rapidement, nous allons simplement multiplier le résultat que nous venons d'obtenir par le rayon R. Nous avons donc R fois phi de T. En d'autres termes, nous avons 1,5 de alpha R carré plus R oméga 0 T plus R fois phi 0.

notes

résumé

11m 51s





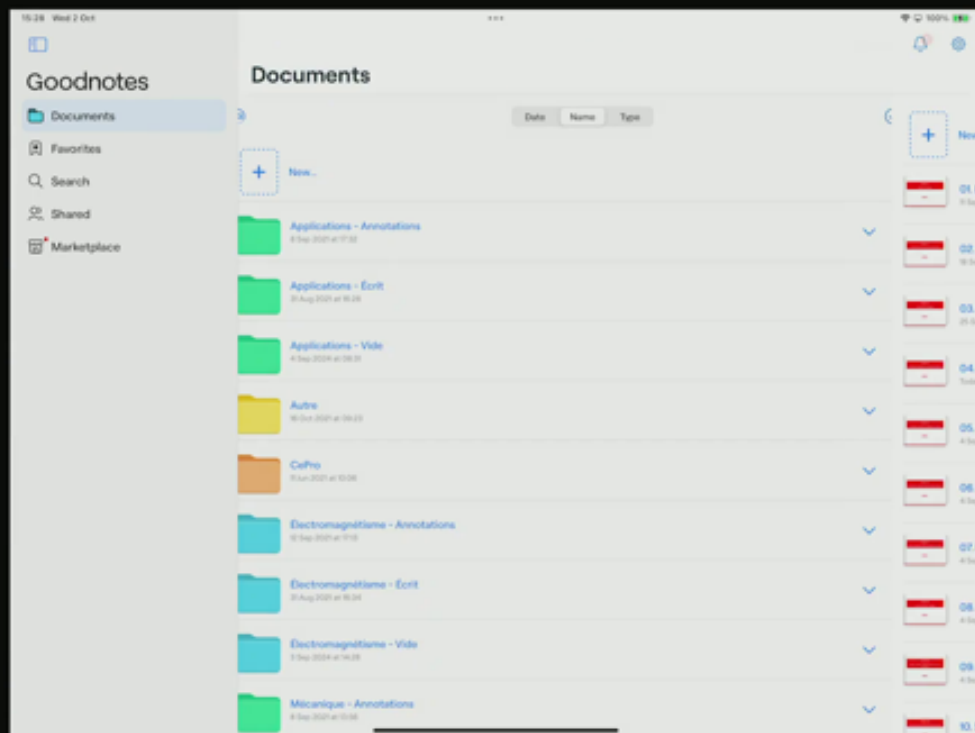
Donc, c'est 1,5 de quoi? Alpha R, qui correspond à l'accélération tangentielle. $R T$ fois T carré plus R fois ω_0 , qui est la vitesse scalaire initiale tangente à la trajectoire. La vitesse est toujours tangente à la trajectoire, c'est V_0 fois T . Et puis, nous avons R fois ϕ_0 , qui est l'abscisse curviligne initiale. Cette formule a la même forme mathématique comme celui du mouvement rectilin uniformément accéléré. Vous remplacez X par S , vous avez la même expression, pourquoi? Parce que si vous prenez une droite, vous déformez la droite continuellement, vous obtiendrez un R , ce qui n'est pas juste, la cinématique est différente. La longueur est un mouvement circulaire. Le message à retenir est que si vous comprenez cette analogie, dès l'instant où vous connaissez la cinématique d'un mouvement rectilin, vous extrapolez automatiquement la cinématique pour un mouvement circulaire. C'est tout pour la partie théorique. Passons maintenant aux applications en cours d'exécution.

notes

résumé

12m 13s





Et la masse est également fixe.

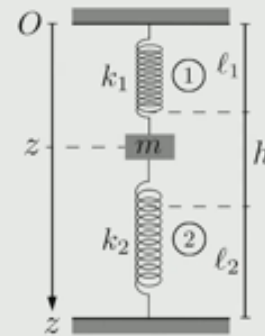
notes

résumé

13m 25s



- Longueur à vide des ressorts ① et ② : ℓ_1, ℓ_2
- Forces extérieures (masse m) :
 - ➊ Poids :
 - ➋ Force élastique ① :
 - ➌ Force élastique ② :
- Accélération (masse m) :
- Loi du mouvement (masse m) :



selon $\hat{z}$: (A.4.21)

(A.4.22)

Un deuxième ressort est un élastique constant K_2 ,

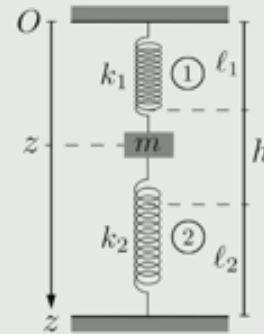
notes

résumé

13m 26s



- Longueur à vide des ressorts ① et ② : ℓ_1, ℓ_2
- Forces extérieures (masse m) :
 - ① Poids : $\vec{P} = m\vec{g} = m g \hat{z}$
 - ② Force élastique ① : $\vec{F}_{e1} = k_1(z - \ell_1) \hat{z}$
 - ③ Force élastique ② :
- Accélération (masse m) :
- Loi du mouvement (masse m) :

selon $\hat{z}$:

(A.4.21)

(A.4.22)

Dr. Sylvain Bréchet

A.4 Oscillateur harmonique et mouvement circulaire

13 / 15

qui est attaché au sol. La distance qui sépare le plafond du sol est la hauteur H . Et ce que nous savons sur nos ressorts, c'est qu'ils ont un long axe vide. Cela correspond à $L1$. Okay? Donc, à votre avis, si les constantes élastiques sont les mêmes, la masse sera-t-elle au-dessus du milieu de la distance qui sépare le plafond du sol? Sera-t-il en dessous ou exactement au milieu? Qui pense que c'est exactement au milieu? Il y a toujours quelqu'un de courageux, c'est bien. Qui pense qu'il est au-dessus du milieu? Qui pense que c'est en dessous? Donc, ici, pour le moment, Vox Populis, Vox DI, En effet, vous avez raison, ce sera ci-dessous. Pourquoi? La gravité, exactement. Donc, c'est le poids qui va provoquer un changement vers le bas. C'est tellement vrai ce que je vous dis, que vous avez la preuve ici. Vous avez deux ressorts identiques, Vous avez une masse, qu'est-ce que vous voyez dans le reste? Le poids de l'objet, ok, fait descendre, c'est un, Ce n'est pas la moitié de la distance qui sera là, d'accord? Elle a donc été décalée vers le bas. Donc, nous aimerions faire deux choses. Nous aimerions déterminer la position d'équilibre et nous aimerions déterminer le mouvement d'oscillation autour de cette position d'équilibre, en particulier la pulsation de ce mouvement, d'accord? C'est l'objectif. Donc, nous allons prendre une origine ici au sommet, au niveau du plafond, Prenons un axe de z qui est orienté vers le bas. Nous aurions pu le prendre, Du conseil d'administration, il en aurait été de même. Donc, le poids est le produit de masse-poids du champ gravitationnel, alors que nous avons pris l'axe de z orienté vers le bas, Ce sera un saut de $mg \times z$, d'accord? Ce n'est pas la seule force extérieure qui s'exerce ici. Sur notre masse m , il y en a deux autres. Il y a des forces

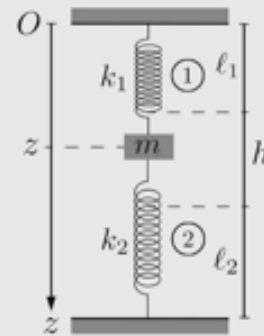
notes

résumé

14m 14s



- Longueur à vide des ressorts ① et ② : ℓ_1, ℓ_2
- Forces extérieures (masse m) :
 - ① Poids : $\vec{P} = m\vec{g} = m g \hat{z}$
 - ② Force élastique ① : $\vec{F}_{e1} = k_1(z - \ell_1) \hat{z}$
 - ③ Force élastique ② :
- Accélération (masse m) :
- Loi du mouvement (masse m) :

selon $\hat{z}$:

(A.4.21)

(A.4.22)

élastiques exercées par les deux ressorts. Alors, comment on fait, disons, les écrire correctement, les projeter correctement, Ne pas se tromper sur les signes? La manière la plus simple, quand c'est possible, est de considérer, comme vous le souhaitez, Un allongement du ressort, d'accord? Alors, prenons le printemps supérieur, Considérons que la masse m est, disons, inférieur à la position du climat. Il est inférieur à la position du climat, Si tel est le cas, La longueur du ressort sera supérieure à sa longueur. Alors, prenons notre force élastique, exercée par le premier ressort, considérant une déformation qui se fait vers le bas, Donc la coordonnée z sera plus grande Dans ce cas, la longueur du ressort qui est L_1 . La déformation est z moins L_1 . Ok, maintenant, la déformation le multiplie par quoi? Constante élastique du ressort, K_1 . De toute évidence, la force est orientée, son axe vertical, vecteur 1, et le Z-Chapot. La question demeure, Est-ce plus z-chapo ou est-ce moins z-chapo? Donc, nous le résolvons. Si nous prenons un z qui est supérieur à L_1 , nous avons une déformation vers le bas du ressort. Que veut la force élastique? Il veut amener l'extrémité à la position d'équilibre. Donc, quand nous avons une déformation qui est une longueur vers le bas du ressort, Nous aurons besoin de force élastique pour être orientés vers le haut.

notes

résumé

- Equation du mouvement : (A.4.22) remise en forme

(A.4.23)

- Changement de variable : pour rendre homogène (A.4.23)

(A.4.24)

- Changement de variable : dérivée temporelle seconde

(A.4.25)

- Equation du mouvement : (A.4.24) et (A.4.25) dans (A.4.23)

(A.4.26)

- La distance $z_0 > 0$ correspond à la coordonnée de la position d'équilibre de la masse m (i.e. $x = 0$). Ainsi, la coordonnée x représente la déviation par rapport à l'équilibre.

Z-chapo est orienté comment? A terre. Donc, nous devons multiplier par moins 1. Okay? C'est le genre de raisonnement que nous devons être capables de faire. Okay? Il peut être très, très utile, Je n'ai pas dit qu'il y aurait ce genre de problème. Le fait que nous trouvions un mouvement d'oscillation est presque garanti, Avec des ressorts, c'est possible. Or, la force élastique exercée par le ressort du fond, Comment allons-nous le modéliser? Eh bien, tout d'abord, il sera proportionnel à la déformation. Donc, ici, soyez prudent. La longueur ici du ressort du fond n'est pas z . No? C'est h moins z . Okay? z est cette longueur. h est celui-ci. Celui que nous voulons, c'est celui-ci. Donc, c'est h moins z . Donc, maintenant, nous supposons que nous avons un allongement du ressort inférieur. Ce qui signifie que la masse est au-dessus de la position d'équilibre. Okay? Donc, nous allons prendre la longueur du ressort du fond, qui est h moins z . Et nous allons rétrécir à cette longueur, la longueur vide, qui est L_2 . Okay? Et puis, nous multiplions cette déformation par la constante élastique du ressort du fond, K_2 . Et nous supposons que nous avons aussi un allongement vers le haut. Donc, h moins z est supérieur à L_2 . Si nous avons un allongement vers le haut, En ce moment, le terme de parenthèse est positif. Et nous savons que la force élastique peut apporter le ressort du fond ou l'extrémité supérieure du ressort du fond vers la position d'équilibre, c'est-à-dire vers le bas. Le vecteur orienté vers le bas est $\hat{z}$. Le signe est un péché plus. Okay? Et voilà. Le vecteur de l'accélération maintenant, la longueur verticale, est $\ddot{z}$, fois $\hat{z}$. Bon? Alors, écrivons, d'une manière tout à fait standard, la loi du mouvement, la deuxième loi de Newton, la loi du vecteur, qui nous dit que la somme des forces extérieures est

notes

résumé

18m 25s



- Equation du mouvement : (A.4.22) remise en forme

(A.4.23)

- Changement de variable : pour rendre homogène (A.4.23)

(A.4.24)

- Changement de variable : dérivée temporelle seconde

(A.4.25)

- Equation du mouvement : (A.4.24) et (A.4.25) dans (A.4.23)

(A.4.26)

- La distance $z_0 > 0$ correspond à la coordonnée de la position d'équilibre de la masse m (i.e. $x = 0$). Ainsi, la coordonnée x représente la déviation par rapport à équilibre.

la somme des trois forces qui apparaissent ici, c'est-à-dire le poids, la force élastique exercée par le premier ressort, ainsi que la force élastique exercée par le second. Donc, la somme de ces trois forces est la masse massique multipliée par l'accélération. Okay? Donc, maintenant, d'une manière complètement disciplinée, nous allons prendre les résultats que nous venons d'obtenir en paramétrant et modélisant pour nos grands-pères vectoriels que nous substituons dans la loi du mouvement. Okay? On trouve une série de termes scalaires qui se multiplient à chaque fois z hat. Donc, nous faisons une projection sur l'axe z , Nous ne gardons que les parties scalaires. Okay? Donc, faisons-le pour le point z est orienté vers le bas, c'est mg . Pour la première force élastique, nous aurons moins k_1 , qui multiplie z moins l_1 , et pour le second, nous aurons plus k_2 , qui multiplie h moins z moins l_2 , et ceci est égal à m fois z point. Okay? a semble assez compliqué. Qu'est-ce qu'on fait quand on y arrive? Vous avez bien gardé la somme des vis par la masse. Eh bien, faisons-le. Okay? Non seulement nous allons diviser par la masse, mais nous allons aussi mettre tous les termes du même côté, où z est pointé, et nous allons réorganiser les termes pour placer z dans le vecteur. Donc, nous aurons z point plus k_1 plus k_2 divisé par m , qui multiplie par z . Okay? Vous avez ici k_1 fois z , et k_2 fois z est presque le même, On les met de l'autre côté, ça devient plus. On divise par la masse, ça nous donne ce terme. Okay? Ensuite, nous rassemblons tous les autres termes qui restent. Okay? Quels sont ces termes? Nous avons donc z dot plus k_2 , qui multiplie h moins 2 , plus $k_1 n_1$, Tout est divisé par la masse. Pas pour Z , mais pour le reste. Et c'est égal à zéro. Okay? Il

notes

résumé

- Equation du mouvement : (A.4.22) remise en forme
(A.4.23)
- Changement de variable : pour rendre homogène (A.4.23)
(A.4.24)
- Changement de variable : dérivée temporelle seconde
(A.4.25)
- Equation du mouvement : (A.4.24) et (A.4.25) dans (A.4.23)
(A.4.26)
- La distance $z_0 > 0$ correspond à la coordonnée de la position d'équilibre de la masse m (i.e. $x = 0$). Ainsi, la coordonnée x représente la déviation par rapport à équilibre.

commence à ressembler à un oscillateur harmonique, mais il n'y a encore rien. Okay? Ce que nous aimerions, c'est que la dérivée seconde de notre variable Elle est proportionnelle à la variable. Okay? Dans ce cas, nous aurions une structure d'oscillateur harmonique. Donc, en fait, nous aimerions faire disparaître le terme. De toute évidence, nous allons parler de le faire comme ça. Nous pouvons le faire, mais avec un changement variable. C'est ce que nous allons faire. Okay? En fait, nous avons une équation du deuxième ordre, qui est une équation différentielle. Okay? Comme nous l'avons fait pour le premier ordre, nous rendons l'équation homogène, nous préparons la structure, et il nous donnera le changement variable. Okay? Donc, ce que nous allons faire dans ces deux derniers termes, nous allons les multiplier globalement par le terme qui est en face de z , qui est k_1 plus k_2 sur m . Donc, nous aurons une équation du type $z \cdot \text{point.} + k_1 + k_2 \text{ sur } m$, qui multiplie z moins quelque chose. Okay? C'est l'idée fondamentale ici. Okay? Alors, faisons-le.

notes

résumé

- Equation du mouvement : (A.4.22) remise en forme

$$\ddot{z} + \left(\frac{k_1 + k_2}{m} \right) \left(z - \frac{mg + k_2(h - l_2) + k_1 l_1}{k_1 + k_2} \right) = 0 \quad (A.4.23)$$

- Changement de variable : pour rendre homogène (A.4.23)

(A.4.24)

- Changement de variable : dérivée temporelle seconde

(A.4.25)

- Equation du mouvement : (A.4.24) et (A.4.25) dans (A.4.23)

(A.4.26)

- La distance $z_0 > 0$ correspond à la coordonnée de la position d'équilibre de la masse m (i.e. $x = 0$). Ainsi, la coordonnée x représente la déviation par rapport à équilibre.

Si nous le faisons, l'équation prend sa forme. Suivant. z . point. point. plus k_1 plus k_2 divisé par la masse m , qui multiplie par z moins mg plus $k_2 h$ moins l_2 plus $k_1 l_1$ Tous divisés par k_1 plus k_2 et c'est égal à zéro. Okay? Est-ce que quelqu'un voit Quelle est la nouvelle variable que nous devons définir? La nouvelle variable est celle-ci. C'est le terme entre parenthèses. Pourquoi? Parce que la fraction qui est ici est formée par des termes constants.

notes

résumé

23m 47s



- Oscillateur harmonique autour de la position d'équilibre $z = z_0$ où $x = 0$:

$$\ddot{x} + \left(\frac{k_1 + k_2}{m} \right) x = 0 \quad (\text{A.4.26})$$

- Pulsation :

$$(\text{A.4.27})$$

Les constantes élastiques des ressorts s'additionnent :

- Période d'oscillation :

$$(\text{A.4.28})$$

- Equations horaires :

$$(\text{A.4.29})$$

$$(\text{A.4.30})$$

Si, par rapport à l'ensemble, Nous n'en tirerons que z . Okay? Donc, nous allons réussir à rendre l'équation homogène. Ce sont les maths. Nous comprendrons alors ce que cela signifie physiquement. Okay? Nous allons donc introduire une nouvelle mesure. Appelons-le x . x sera z moins mg plus k_2 qui multiplie h moins 2 plus k_1 l1. Tous divisés par la somme de k_1 et k_1 . Donc, pour simplifier un peu, nous l'écrirons comme z moins z_0 . Okay? Donc, vous avez entre parenthèses a z moins z_0 . Qu'arrive-t-il à l'équilibre? L'équilibre, la masse ne bouge plus. Le palais n'aurait pas dit mieux. Et donc, s'il ne bouge pas, Son accélération est en particulier nulle. z .point.point est égal à zéro à la balance. Okay? Donc, maintenant si z .point.point vaut zéro, nécessairement les termes entre parenthèses ici sont nuls. C'est-à-dire que z moins z_0 est égal à zéro. Et donc, si z moins z_0 est égal à zéro, Cela signifie que la balance z est égale à z_0 . Donc, z_0 est la coordonnée verticale Dans l'équilibre, tout simplement. Parce que pour trouver la coordonnée à la balance, Que devons-nous faire? Nous devons prendre en compte, En particulier, La descente vers le bas est lié au même poids de l'objet. Cette descente est liée au poids de l'objet. Et ici, c'est mg sur k_1 plus kb . Et puis, il y a d'autres decals lié à la force élastique et à la longueur respective de nos sources. Okay? Donc, si nous prenons le changement de variable, qui est ici, que nous tirons deux fois par rapport au temps, Nous trouverons que x .point.point est z .point.point. Mais en fait, cette variable x représente quoi? Physiquement. C'est la variable z . Donc, c'est la longueur du plafond auquel nous dérivons quoi? La coordonnée de la balance z_0 . Donc, c'est la déviation verticale par rapport à la coordonnée de la balance. Donc, typiquement, nous avons ici une coordonnée de la

notes

résumé

24m 37s



- Oscillateur harmonique autour de la position d'équilibre $z = z_0$ où $x = 0$:

$$\ddot{x} + \left(\frac{k_1 + k_2}{m} \right) x = 0 \quad (\text{A.4.26})$$

- Pulsation :

$$\omega = \sqrt{\frac{k_1 + k_2}{m}} \quad (\text{A.4.27})$$

Les constantes élastiques des ressorts s'additionnent :

- Période d'oscillation :

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \quad (\text{A.4.28})$$

- Equations horaires :

$$x(t) = A \cos(\omega t + \phi) \quad (\text{A.4.29})$$

$$z(t) = z_0 + A \cos(\omega t + \phi) \quad (\text{A.4.30})$$

balance. Si la masse ne bouge plus, Voici la coordonnée de la balance. C'est cette distance. Ce qui nous intéresse dans un mouvement d'oscillation est l'écart par rapport à cette coordonnée C'est la distance entre mes deux mains. Okay? Maintenant, si je libère la masse, il sera mis autour de cette coordonnée de la balance et c'est ce que nous aimerions décrire. Okay? Alors, maintenant, z moins z0, celui-ci, et par définition, x, z.point.point est x.point.point. Nous avons donc l'équation d'un mouvement oscillatoire dans x.point.point plus k1 plus k2 divisé par la masse m qui multiplie x est égal à 0. Okay? Très bien. Nous pouvons maintenant déterminer la pulsation de ce mouvement. Pourquoi? Parce que nous savons que lorsque nous avons l'équation d'un mouvement oscillatoire, il est de la forme x.point.point plus oméga carré x est égal à 0. Donc, celui-ci doit représenter oméga carré. Okay? La pulsation au carré.

notes

résumé

- Oscillateur harmonique autour de la position d'équilibre $z = z_0$ où $x = 0$:

$$\ddot{x} + \left(\frac{k_1 + k_2}{m} \right) x = 0 \quad (\text{A.4.26})$$

- Pulsation :

$$\omega^2 = \frac{k_1 + k_2}{m} \Rightarrow \omega \quad (\text{A.4.27})$$

Les constantes élastiques des ressorts s'additionnent :

- Période d'oscillation :

$$(\text{A.4.28})$$

- Equations horaires :

$$(\text{A.4.29})$$

$$(\text{A.4.30})$$

Ainsi, la pulsation à carré, oméga carré, est k_1 plus k_2 divisé par m . Donc, évidemment, la pulsation

notes

résumé

28m 16s



- Oscillateur harmonique autour de la position d'équilibre $z = z_0$ où $x = 0$:

$$\ddot{x} + \left(\frac{k_1 + k_2}{m} \right) x = 0 \quad (\text{A.4.26})$$

- Pulsation :

$$\omega^2 = \frac{k_1 + k_2}{m} \Rightarrow \omega = \sqrt{\frac{k_1 + k_2}{m}} = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (\text{A.4.27})$$

Les constantes élastiques des ressorts s'additionnent : $k = k_1 + k_2$

- Période d'oscillation :

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi \sqrt{\frac{m}{k_1 + k_2}} \quad (\text{A.4.28})$$

- Equations horaires :

$$x(t) = C \cos(\omega t + \varphi) \quad (\text{A.4.29})$$

$$(\text{A.4.30})$$

qui est oméga positif, ce sera la racine carrée de k_1 plus k_2 divisé par m . Oui, mais ce matin, nous l'avons écrit d'une certaine manière qui est écrit comme la racine carrée de k_2 divisée par m . Okay? Donc, si nous remplaçons nos deux sources d'une source équivalente, nous aurons une source dont la constante sera la somme de la constante des bandes élastiques série, l'une après l'autre. Okay? Donc, en série, avec cette assemblée, nous avons une bande élastique constante. Alors, quelle est la période d'oscillation maintenant? Pour le trouver, il faut se souvenir que le produit d'oméga multiplié par la période d'oscillation correspond à un cycle de notre solution sinusoïdal, sinus ou cosinus, C'est-à-dire un angle de deux pieds. Donc, la période est l'angle de deux pieds Divisé par Oméga. Okay? Oméga, nous venons de trouver, nous aurons deux pieds divisé par oméga fois la racine de m sur la somme de k_1 et k_2 . Okay? Nous pouvons maintenant déterminer l'équation d'erreur liés au mouvement de notre masse. Okay? On peut d'abord, avant d'avoir l'équation d'erreur mesurée par rapport à la coordonnée que nous avons pris du plafond, qui est la coordonnée z , Nous pouvons déjà le faire en termes de déviation. L'évolution temporelle, disons, Déviation à l'équilibre donnée par la coordonnée x , $x(t)$ satisfait à cette équation. Donc, la forme générale de notre $x(t)$, ce sera une amplitude c multiplié par le cosinus d'oméga t plus un angle de dénigrement. Donc, concrètement, si on nous donne les conditions initiales, ce que nous n'avons pas fait ici, si nous spécifions les conditions initiales sur la vitesse, on peut alors déterminer c et l'angle de dédain, d'accord? Maintenant, par définition, x est z moins z_0 . Donc, z est x plus z_0 . C'est la coordonnée de l'équilibre auquel nous ajoutons la déviation.

notes

résumé

28m 27s



Applications - Chapitre 4

Oscillateur harmonique et mouvement circulaire

EPFL

Dr. Sylvain Bréchet

A.4 Oscillateur harmonique et mouvement circulaire

1 / 15

Okay? Donc, $z_2 t$ sera simplement multiplié par le cosinus d' ωt plus ϕ auquel nous ajoutons la coordonnée de l'équilibre, z_0 . Donc, ici nous venons de faire la modélisation ensemble, d'accord? Maintenant, nous sommes encore un quart d'heure, nous nous intéresserons à l'aspect théorique qui décrit les équations différentielles du deuxième ordre. Okay? Et nous ne prendrons que le cas particulier, où le terme de premier ordre est nul,

notes

résumé

30m 37s



- Equation différentielle linéaire inhomogène du deuxième ordre : équation linéaire liant une fonction $f(t)$ et sa dérivée seconde :

(A.4.1)

on considère uniquement le cas le plus simple où il n'y a pas de dérivée première.

- Equation différentielle : (A.4.1) remise en forme ($\alpha \neq 0$)

(A.4.2)

- Changement de "variable" : fonction $g(t)$ rendant l'équation différentielle (A.4.2) homogène :

(A.4.3)

- Dérivée seconde : changement de "variable" (A.4.3)

(A.4.4)

Sinon il y a toute la discussion qui suit avec les cas que nous avons vus ce matin que nous ne voulons pas répéter, d'accord? C'est l'aspect homogène qui nous intéresse. So,

notes

résumé

31m 14s



- Equation différentielle homogène : à partir de l'équation différentielle inhomogène en substituant (A.4.3) et (A.4.4) dans (A.4.2) :

(A.4.5)

- Proposition : équation différentielle homogène du premier ordre

(A.4.6)

Démonstration :

- Solutions complexes particulières : équation différentielle (A.4.6)

(A.4.7)

notes

résumé

31m 28s



- Equation différentielle homogène : à partir de l'équation différentielle inhomogène en substituant (A.4.3) et (A.4.4) dans (A.4.2) :

(A.4.5)

- Proposition : équation différentielle homogène du premier ordre

(A.4.6)

Démonstration :

- Solutions complexes particulières : équation différentielle (A.4.6)

(A.4.7)

dans le membre gauche de l'équation apparaît la dérivée seconde. Prenons donc la dérivée seconde de g , par rapport au temps, cette dérivée seconde, eh bien, ce sera la dérivée seconde de f , d'accord? Plus la dérivée seconde de β sur le carré α , β et α sont constantes. Donc, le temps de dérivée pour elle est zéro, il restera la dérivée seconde de f Par rapport au temps, ok? En d'autres termes, dans le bon membre, on peut remplacer la dérivée seconde de f avec la dérivée seconde de g . Mais dans le bon membre ici, nous pouvons remplacer entre parenthèses f de t plus β sur α par g de t . Alors faisons-le. Si nous faisons cela, nous avons alors une équation,

notes

résumé

- Equation différentielle homogène : à partir de l'équation différentielle inhomogène en substituant (A.4.3) et (A.4.4) dans (A.4.2) :

$$\frac{d^2 g}{dt^2}(t) = -\alpha^2 g(t) \quad (A.4.5)$$

- Proposition : équation différentielle homogène du premier ordre

$$\frac{dg}{dt}(t) = \sqrt{-\alpha^2} g(t) \Rightarrow \frac{dg(t)}{g(t)} = \sqrt{-\alpha^2} dt \quad (A.4.6)$$

Démonstration :

$$\frac{d^2 g}{dt^2}(t) = \frac{d}{dt} \left(\frac{dg}{dt}(t) \right) = \frac{d}{dt} \left(\sqrt{-\alpha^2} g(t) \right) = \sqrt{-\alpha^2} \frac{dg}{dt}(t) = -\alpha^2 g(t) \quad \square$$

- Solutions complexes particulières : équation différentielle (A.4.6)

(A.4.7)

un différentiel qui devient homogène, c'est-à-dire que la dérivée seconde de g , par rapport au temps, est égal à moins alpha carré fois g de t , ok? Et c'est l'équation que nous devons intégrer être capable de le résoudre. Nous avons vu la méthode ce matin, Allons un peu plus mathématique. Pour résoudre cette équation, Nous ferons la proposition suivante. Il est proposé que cette équation du second ordre est équivalent à une équation Du premier ordre, d'accord? Ce qui est le suivant. dg sur dt , la première dérivée de g , sera alors égale à la racine carrée de moins le carré alpha, Okay? Ce qui multiplie g de t . Okay? Faisons la démonstration. Nous prenons la dérivée seconde de g , par rapport au temps, CQFD. Ces deux équations sont donc tout à fait équivalentes. OK? Nous connaissons les solutions pour le second, puisque cette équation peut être mise sous la forme suivante. DG au-dessus de G est la racine carrée de moins alpha carrés fois T . Je peux même le faire ici à droite. Nous avons DG sur G sur T , qui est la racine carrée de moins alpha carrés fois T . Nous pouvons donc nous intégrer à gauche et à droite. A droite, l'intégrale nous donnera le temps.

notes

résumé

34m 22s



- Solution réelle : équation différentielle homogène

(A.4.12)

- Changement de "variable" : inverse

(A.4.13)

- Conditions initiales : (A.4.13) et dérivée évaluées en $t = 0$

(A.4.14)

(A.4.15)

- Solution réelle : équation différentielle inhomogène

(A.4.16)

D'une part, le cosinus de l'alpha T, qui est la partie réelle de l'exponentielle de i alpha T, c'est-à-dire que c'est 1,5 de l'exponentielle de i alpha T plus l'exponentielle de moins i alpha T. OK? Et puis nous aurons aussi le sinus de l'alpha T, qui est la partie imaginaire de l'exponentielle de moins i alpha T, c'est-à-dire que c'est 1 sur 2. La différence entre l'exponentielle de i alpha T et l'exponentielle de moins i alpha T est nécessaire. OK? Alors maintenant, la vraie solution, Attention, il s'agit du J. La solution réelle, g de t , est une combinaison linéaire de solutions particulières, soit un coefficient A qui multiplie le cosinus d'alpha T plus un coefficient B qui multiplie le sinus d'alpha T. OK? Pour pouvoir déterminer la structure exacte de cette solution, nous aurons besoin de conditions initiales, et par conséquent, nous aurons besoin, entre autres choses, la dérivée temporaire de g . OK? Donc, dg de t sur t , sa dérivée temporaire, nous l'obtenons en dérivant le cosinus, qui nous donne moins de sinus avec la dérivée interne, C'est un alpha. Nous aurons donc moins de temps alpha A fois sinus de l'alpha T. Et quand nous obtenons le sinus, nous avons la dérivée externe, qui est le cosinus, la dérivée interne, C'est un alpha. Nous nous retrouverons avec plus alpha B fois cosinus d'alpha T. OK? Nous aurons donc des conditions initiales. Dans un premier temps, la valeur de g est g de 0. Donc g est évalué en 0, qu'est-ce que c'est? Eh bien, c'est A fois 1 plus B fois 0. Eh bien, c'est tout simplement A. D'autre part, si l'on prend la dérivée de g par rapport à la valeur de t égale 0, Prenez la deuxième équation ici, le sinus de 0 est 0, c'est 1 par rapport au cosinus d'alpha fois 0, Par rapport à la 1, il y a un

notes

résumé

37m 54s



- Solution réelle : équation différentielle homogène

(A.4.12)

- Changement de "variable" : inverse

(A.4.13)

- Conditions initiales : (A.4.13) et dérivée évaluées en $t = 0$

(A.4.14)

(A.4.15)

- Solution réelle : équation différentielle inhomogène

(A.4.16)

alpha B, Il restera donc alpha fois B. Donc, si nous prenons notre solution réelle générale, g de t , on pourra remplacer A par g de 0 , que nous allons multiplier ici par le cosinus d'alpha T , Et B c'est quoi? B est 1 sur alpha fois la dérivée de la valeur temporelle de g dans 0 . Donc, nous ajoutons à cela, 1 sur alpha fois la dérivée de g par rapport à la valeur de 0 , qui multipliera le sinus de l'alpha T . Donc, maintenant, nous avons une solution explicite pour la fonction g en termes de conditions initiales fixé sur g sur g lui-même et sur sa dérivée temporelle. Ce n'est pas ce que nous voulons, mais presque. Nous aimerions avoir quelque chose d'analogue,

notes

résumé

- Solution réelle : équation différentielle homogène

$$g(t) = g(0) \cos(\alpha t) + \frac{1}{\alpha} \frac{dg}{dt}(0) \sin(\alpha t) \quad (A.4.12)$$

- Changement de "variable" : inverse

$$f(t) = g(t) - \frac{\beta}{\alpha^2} \quad (A.4.13)$$

- Conditions initiales : (A.4.13) et dérivée évaluées en $t = 0$

$$g(0) = f(0) + \frac{\beta}{\alpha^2} \quad (A.4.14)$$

$$\frac{dg}{dt}(0) = \frac{df}{dt}(0) \quad (A.4.15)$$

- Solution réelle : équation différentielle inhomogène

$$f(t) = \left(f(0) + \frac{\beta}{\alpha^2}\right) \cos(\alpha t) + \frac{1}{\alpha} \frac{df}{dt}(0) \sin(\alpha t) - \frac{\beta}{\alpha^2} \quad (A.4.16)$$

mais pour la fonction des conditions initiales, qui était f . Donc, maintenant, nous devons convertir g en f . Donc, nous prenons notre vraie solution, g de t , soit g de 0 , fois le cosinus d' αT , plus 1 sur α , et on a g de t par rapport à la valeur de 0 , qui multipliera le sinus de l' αT . Maintenant, nous voulons f de t , qui est obtenu grâce au changement de variable inverse, C'est-à-dire que c'est g de t moins β sur α^2 . Donc, nous allons prendre g de t , que nous allons remplacer dans le changement de variable inverse. Il y a encore une petite manipulation à faire, puisque dans cette expression, on peut exprimer f de 0 en termes de f de 0 . Donc, si nous prenons le changement de variable depuis le début, nous l'évaluons en t égal à 0 , nous avons g de 0 , ce qui est f de 0 , plus β sur α^2 . D'autre part, nous savons que la dérivée de g par rapport au temps est évalué en 0 , il doit être égal à la dérivée de f par rapport au temps évalué en 0 . Alors, qu'est-ce que f de t ? Eh bien, c'est g de t , c'est-à-dire g de 0 , c'est-à-dire f de 0 plus β sur α^2 , qui multiplie le cosinus d' αt plus 1 sur α . Nous avons besoin de la dérivée de g , qui est aussi la dérivée de f , par rapport au temps évalué en 0 , multiplié par le sinus de l' αt . Et soyez prudents, Il nous reste à dessiner un β sur un carré α . Donc, voici la solution explicite pour f de t

notes

résumé

41m 16s



- Solution réelle : équation différentielle inhomogène

$$f(t) = \left(f(0) + \frac{\beta}{\alpha^2} \right) \cos(\alpha t) + \frac{1}{\alpha} \frac{df}{dt}(0) \sin(\alpha t) - \frac{\beta}{\alpha^2} \quad (A.4.16)$$

- Changement de variable : $A \in \mathbb{R}_+^*$ et $\delta \in [0, 2\pi)$

(A.4.17)

- Solution réelle : (A.4.17) dans (A.4.16)

(A.4.18)

- Formule de trigonométrie : angles αt et δ

(A.4.19)

- Solution réelle : (A.4.19) dans (A.4.18) et (A.4.13)

(A.4.20)

quand nous faisons face à une téléquation. Okay? Cela nous permet de résoudre, par exemple, Le mouvement harmonique oscillo-vertical quand nous sommes placés, pas dans une position équilibrée, lorsque la masse a été suspendue au ressort, mais quand nous sommes en position d'équilibre du ressort avant d'avoir suspendu la masse. Il y aura une déviation de la position d'équilibre de l'extrémité du ressort jusqu'au fond en raison de la présence de la masse, qui pourront être modélisés par le terme moins bêta sur le carré alpha, qui apparaît ici.

notes

résumé

43m 1s



A.4.1 Equation différentielle du deuxième ordre

A.4.2 Oscillateur harmonique vertical

A.4.3 Oscillateur à double ressort

Je voudrais passer rapidement à cette formulation, à celui que l'on peut avoir quand on veut avoir une amplitude unique. Okay? Pour avoir une amplitude idyllique, il faut aussi faire un changement de variable car nous avons une constante qui se multiplie $\cos(\alpha t)$, une constante qui multiplie le $\sin(\alpha t)$. Comme ce matin, nous écrivons que la constante qui multiplie $\cos(\alpha t)$ est $f(0) + \frac{\beta}{\alpha^2}$ et la forme a , qui est un nombre réel, strictement positif, une amplitude, fois le $\cos$ d'un nombre qui se présente comme angle, puisqu'il varie entre 0 et 2π . Okay? Et d'autre part, nous allons prendre 1 sur α fois la dérivée de f par rapport à la valeur de 0, qui est le coefficient qui multiplie le $\sin(\alpha t)$, que nous écrirons comme moins un fois le $\sin(\alpha t)$. Et donc, $f(t)$, on prend la forme suivante, $a \cos(\alpha t) + \frac{1}{\alpha} \sin(\alpha t)$, qui multiplie le $\cos$ de αt , fois le $\cos$ du delta, moins le $\sin$ d' αt fois le $\sin$ de delta, et il nous reste à soustraire β au carré α . Okay? La formule de la trigonométrie est toujours la même. qui est le cosinus de la somme de deux angles, αt et δ . Ceci est écrit comme le produit du cosinus d' αt fois le cosinus de δ moins le $\sin$ d' αt fois le $\sin$ de delta. Et donc, la solution en G , Commençons par celui-ci, où nous décrivons l'oscillation autour de la position d'équilibre. Okay? C'est la solution traditionnelle, c'est-à-dire, une fois le cosinus de, Je ne devrais pas le mettre en ω , d' αt plus δ , alors que pour $f(t)$, il y a une déviation vers le bas, Ce qui est généralement dû au poids. Donc, nous aurons la solution en G , qui est G , ou A fois le cosinus de

notes

résumé

43m 41s



A.4.1 Equation différentielle du deuxième ordre

A.4.2 Oscillateur harmonique vertical

A.4.3 Oscillateur à double ressort

$\alpha t + \delta$, et il nous reste à soustraire β au carré α . Donc, nous allons le faire rapidement.

notes

résumé

- Mouvement oscillatoire vertical : axe vertical Ox orienté vers le haut

① Position verticale : $f(t) \equiv$

② Position verticale relative : $g(t) \equiv$

③ Angle de déphasage nul : $\delta \equiv$

④ Pulsation et champ gravitationnel : $\alpha \equiv$ et $\beta \equiv$

⑤ Amplitude : $A \equiv$

(A.4.2) $\Rightarrow$

(A.4.3) $\Rightarrow$

(A.4.20b) $\Rightarrow$

(A.4.20a) $\Rightarrow$

Nous appliquerons rapidement cette à l'oscillateur harmonique vertical.

notes

résumé

45m 58s



axe vertical Ox orienté vers le haut

$x(t)$

$$p(t) \equiv y(t)$$

nel : $\alpha \equiv \omega$ et $\beta \equiv \vartheta$

$$\omega^2 \left(x(t) + \frac{g}{\omega^2} \right)$$

$$+ \frac{g}{\omega^2} \Rightarrow x(t) = y(t) - \frac{g}{\omega^2}$$

$\rightarrow (\omega t)$

$$(\omega t) - \frac{g}{\omega^2}$$

- **Interprétation physique :**
- $x(t)$ est la position par rapport à l'origine correspondant à la position d'équilibre du ressort à vide.
- $y(t)$ est la position par rapport à l'origine correspondant à la position d'équilibre du ressort lorsqu'une masse est suspendue au ressort.

Okay? So, Si nous prenons, comme mesure de la fonction f , la distance que nous avons par rapport à l'extrémité du ressort Pour le reste, d'accord? f de t correspondra ici à un certain x de t , qui sera la position verticale, et G de t sera la position relative par rapport au printemps qui a été traduit en bas, En raison de la présence de la masse, Appelons cela y de t . Pour simplifier, prenons une phase de zéro. Alpha correspondra ici à l'oméga-pillation et beta correspondra à G . L'amplitude A est l'amplitude C . Et donc nous nous retrouverons avec la dérivée de f de t , qui est x , par rapport à T , évalué dans le temps t , qui sera moins alpha carré, ou moins oméga 0 carré, qui multiplie x de t plus bêta sur alpha carré, qui est plus G sur oméga carré. Et donc maintenant, y de t , la dérivée de la position verticale relative, est x de t plus bêta sur alpha, qui est plus G sur oméga carré, et puis évidemment le contraire, x de t , est y de t moins G sur oméga carré. Y de t , qui décrira l'oscillation de la position verticale relative, sera l'amplitude C multipliée par le cosinus de l'oméga t . Et donc, x de t sera y de t , qui est c fois le cosinus de l'oméga t , moins G sur oméga carré, moins G sur oméga carré, correspond au décalage vers le bas, En raison du fait que nous avons suspendu la masse au printemps. Et donc si nous voulons interpréter cela maintenant physiquement, le changement de variable que nous avons fait pour résoudre cette équation, Il suit. x de t est y de t , moins G sur oméga 0 carré. Et donc, si nous prenons comme point de référence, l'extrémité du ressort avant d'avoir suspendu la masse, Quand nous suspendons la messe, Le poids de la

notes

résumé

46m 3s



rtical

EPFL

axe vertical Ox orienté vers le haut

$x(t)$

$y(t) \equiv y(t)$

$\equiv 0$

nel : $\alpha \equiv \omega$ et $\beta \equiv g$

$\omega^2 \left(x(t) + \frac{g}{\omega^2} \right)$

$+ \frac{g}{\omega^2} \Rightarrow x(t) = y(t) - \frac{g}{\omega^2}$

$\rightarrow (\omega t)$

$(\omega t) - \frac{g}{\omega^2}$

monique et mouvement circulaire

19 / 15

A.4.2 Oscillateur harmonique ve

- Interprétation physique :
- $x(t)$ est la position par rapport à l'origine correspondant à la position d'équilibre du ressort à vide.
- $y(t)$ est la position par rapport à l'origine correspondant à la position d'équilibre du ressort lorsqu'une masse est suspendue au ressort.

Dr. Sylvain Bréchet

A.4 Oscillateur h

masse génère un décalage vers le bas, et l'oscillation sera faite autour de la nouvelle position d'équilibre. C'est ce que vous voyez avec la fonction x de t . Et si maintenant vous définissez un nouveau y de t , autour de la nouvelle position d'équilibre, vous voyez l'oscillation naturelle être fait comme ça. Et donc ce changement de variable, C'est juste un changement vers le bas de la position verticale coordonnée. Je vous souhaite une excellente fin de journée. Je vous remercie.

notes

résumé